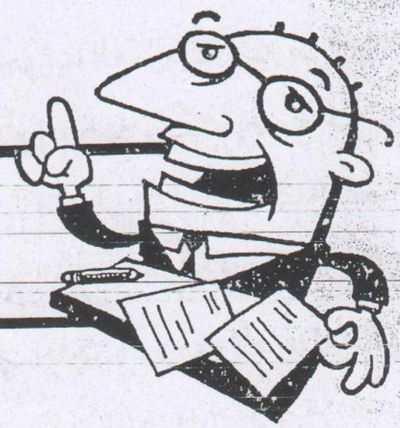

الفصـــل الثانـــي

المتجهـــات والمصفوفـــات

من الخصائص التي يتميز بها برنـامج MATLAB إمكانيـة استخدامه في حـل مسائل الجبر الخطي باستخدام الكمبيوتر. يرجع السبب في ذلـك إلى أن MATLAB يتميـز بقـدرات خاصـة في التعامل مع المنظومات العددية، مما يجعله أداة مهمة في العديد من التطبيقات العلمية والهندسية.

المتجهـــات

المتجه عبارة عن منظومة عددية ذات بعد واحد. يمكن القيام بإنشاء متجهات عمودية أو متجهـات ذات صـف واحـد باستخدام MATLAB. يمكـن إنشـاء المتجـه العمـودي في MATLAB عن طريق وضع مجموعة من الأرقام بين أقواس مربعة بحيث يفصل بـين كـل منها الفاصلة المنقوطة. وقد تشتمل المتجهات على أي عدد من العناصر. فعلى سبيل المثال، عند كتابة متجه عمودي يشتمل على ثلاثة عناصر، نقوم بكتابة ما يلي:

```
>> a = [2; 1; 4]
a =

     2
     1
     4
```

يمكن إجراء العمليات الحسابية الأساسية على المتجهات العمودية عن طريق الإشارة لاسم المتغير المستخدم في إنشاء هذه المتجهات. فمثلاً، إذا كنا نريد حاصل ضرب متجه عمودي في عدد ما، فإن ذلك يعرف بالضرب القياسي. فبفرض أننا نريد إنشاء متجه بحيث تكون عناصره عبارة عن ثلاثة أضعاف عناصر المتجه a الذي قمنا بإنشائه قبل ذلك. يمكن البدء في إنشاء هذا المتجه عن طريق تحديد متغير قياسي (تذكر أن وضع الفاصلة المنقوطة بعد الأمر يؤدي إلى منع ظهور الناتج كما سبق وذكرنا):

```
>> c =3;
```

بعد ذلك نقوم بإجراء عملية الضرب والتعامل مع a على أنه متغير آخر:

```
>> b = c*a
b =
    6
    3
    12
```

لإنشاء متجه ذي صف واحد، نقوم بوضع مجموعة من الأرقام داخل أقواس مربعة ولكن نفصل بين عناصر المتجه هذه المرة باستخدام المسافة أو الفاصلة. إليك مثال:

```
>> v = [2 0 4]
v =
    2     0     4
```

ويمكن أيضًا استخدام الفاصلة كما يلي:

```
>> w = [1, 1, 9]
w =
    1     1     9
```

يمكن تحويل المتجهات العمودية إلى متجهات ذات صف واحد والعكس صحيح باستخدام ما يسمى بمدور المتجه. لنفرض أن لدينا متجهًا رأسيًا يشتمل على عدد n العناصر ويشار إليه كما يلي:

في الجزء التالي، سوف نتعرف على كيفية استخدام هـذه الطـرق للإشـارة إلى الأعمـدة أو الصفوف داخل المنظومة العددية التي تعرف باسم "المصفوفة– Matrix".

العمليات الأساسية على المصفوفات

المصفوفة عبارة عن منظومة عددية ثنائية الأبعاد. لإنشاء مصفوفة في MATLAB، نقـوم بإدخال كل صف على صورة سلسلة من الأرقام يفـصل بينهـا فاصـلة أو مسافة، ثـم نقـوم باستخدام الفاصلة المنقوطة لتحديد نهاية كل صف. فمثلاً إذا كان لدينا المصفوفة:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 7 & 11 \end{bmatrix}$$

يمكن إدخال هذه المصفوفة في MATLAB باستخدام الصيغة التالية:

```
>> A = [ -1, 6; 7, 11] ;
```

انظر كذلك المصفوفة التالية:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 7 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

يمكن إدخال هذه المصفوفة في MATLAB كما يلي:

```
>> B = [2, 0, 1; -1, 7, 4;  3, 0, 1]
```

يمكن إجراء العديد من العمليات التي قمنا بإجرائها على المتجهـات عـلى المـصفوفات أيـضًا. فالمتجه العمودي الذي يشتمل على عدد n من العناصر ما هو إلا مصفوفة مكونة من عمـود واحـد وعدد n من الصفوف. كذلك فإن المتجه ذا الصف الواحد الذي يشتمل على عدد n من العناصر مـا هو إلا مصفوفة مكونة من صف واحد وعدد n من الأعمدة. على سبيل المثال، يمكن إجراء عمليـة الضرب القياسي على المصفوفة التالية عن طريق الإشارة إلى اسم المصفوفة على النحو التالي:

```
>> A = [-2 2; 4 1]
A =
     -2   2
      4   1
```

أنواع خاصة من المصفوفات

إن مصفوفة الوحدة (Identity matrix) هي مصفوفة مربعة تكون جميع عناصر القطر الرئيسي لها عبارة عن واحد صحيح وباقي عناصرها الأخرى أصفار. لإنشاء مصفوفة وحدة n × n، نقوم بكتابة الأمر التالي في MATLAB:

```
eye (n)
```

دعنا نقوم بإنشاء مصفوفة وحدة 4 × 4:

```
>>  eye (4)
ans =
        1     0     0     0
        0     1     0     0
        0     0     1     0
        0     0     0     1
```

لإنشاء مصفوفة صفرية n × n، نقوم بكتابة zeros(n). يمكن أيضاً إنشاء مصفوفة صفرية n × m عن طريق كتابة zeros(m,n). يمكن كذلك إنشاء المصفوفة التي تكون جميع عناصرها عبارة عن واحد صحيح. ويتم ذلك عن طريق كتابة ones(n) أو ones(m,n)، فهذا ما يعمل على إنشاء مصفوفة n × n ومصفوفة m × n جميع عناصرها عبارة عن واحد صحيح على التوالي.

الإشارة لعناصر المصفوفة

يمكن الإشارة إلى عناصر أو أعمدة معينة داخل إحدى المصفوفات في MATLAB.

انظر المصفوفة التالية كمثال:

```
>> A = [1  2  3;  4  5  6;  7  8  9]
A =
      1        2        3
      4        5        6
      7        8        9
```

كيفية حساب المحددات وحل النظم الخطية

إن (Determinant) المصفوفة المربعة تكون عبارة عن عدد. فبالنسبة للمـصفوفة
يتم الحصول على المحدد من العلاقة التالية:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\, a_{22} - a_{12}\, a_{21}$$

-لحساب محدد المصفوفة A في MATLAB، نقوم بكتابة det(A). المثال التالي يوضح
حساب محدد مصفوفة 2 × 2:

```
>> A = [1 3; 4 5] ;
>> det (A)
ans =
    -7
```

بينما يوضح المثال التالي كيفية حساب محدد مصفوفة 4 × 4:

```
>> B = [3 -1 2 4; 0 2 1 8; -9 17 11 3; 1 2 -3] ;
>> det (B)
ans =
    -533
```

حل نظام معادلات خطية

من المعروف أنه يصعب إجراء مثل هذه العمليات الحسابية يدويًا لأنها تبعث على
بالملل. على أية حال، يمكن استخدام المحددات لمعرفة ما إذا كان أحد النظم الخطية لمجموعة
من المعادلات له حل أم لا. انظر المجموعة التالية من المعادلات:

$$5x + 2y - 9z = 44$$
$$-9x - 2y + 2z = 11$$
$$6x + 7y + 3z = 44$$

لإيجاد حل لهذا النظام من المعادلات، يمكن اتباع واحدة مـن الخطـوتين التـاليتين
علينا إيجاد محدد مصفوفة المعاملات A التالية في هذا المثال:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -9 \\ -9 & -3 & 2 \\ 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$