12. متعددات الحدود Polynomials

يؤمن ماتلاب عدداً من التوابع لمعالجة متعددات الحدود , من السهل اشتقاق متعددات الحدود و مكاملتها كما يمكن ايجاد جذورها بطريقة مباشرة لكن متعددات الحدود ذات الدرجات العليا تطرح صعوبات عددية في عدد من الحالات.

1- الجذور

ان ايجاد الجذور (roots) أي القيم التي تجعل متعددة الحدود تساوي صفر مسألة شائعة الورود في كثير من الفروع العلمية . يؤمن ماتلاب ادوات لحل مشاكل متعددات الحدود بتمثيله بمتجه صفي على سبيل المثال المسألة التالية $x^4 - 2x^3 - 1x^2 + 2x + 0$ بالشكل التالي:

```
>> p= [1  -2   -1   2    0]
```

يستخدم التابع roots لايجاد جذور المعادلة يستخدم بالشكل التالي :

```
Command Window
>> p= [1   -2    -1    2     0]

p =

     1    -2    -1     2     0

>> roots(p)

ans =

         0
   -1.0000
    2.0000
    1.0000
```

كما يمكن ايجاد متعددة حدود من جذور معطاة باستخدام الامر poly ويستخدم كما يلي :

```
>> pp=poly(r)

pp =

   1   -2   -1    2    0
```

2 – الضرب

يتم ضرب متعددات الحدود مع بعضها باستخدام التابع conv

مثال : اضرب متعددتي الحدود

$A(x)= x^3+2x^2+3x+4$

$B(x)= x^3 + 4x^2+9x+16$

```
>> A=[1   2   3    4];
>> B=[1  4   9  16];
>> p=conv(A , B)
P=
1    6   20    50   75     84   64
```

هذا يعني ان الناتج هو //

$P=x^6 + 6x^5 + 20x^4 + 50x^3 + 75x^2 + 84x + 64$

1.12 دوال متعددات الحدود

تدعم لغة ماتلاب العديد من الدوال التي تتعامل مع متعددات الحدود , يعتبر من السهل تكامل وتفاضل متعددات الحدود وتكون عملية استخراج الجذور لمتعددة الحدود عملية سهلة و مباشرة

-1 ploy val(p, x) :

وتكون صيغتها y = polyval (p , x) وضيفتها تعمل على تعويض قيمة x في متعددة الحدود p

مثال : اوجد قيمة متعددة الحدود $3x^2+2x+1$ عندما x=5

```
>> p= [3  2  1];
>> t= polyval(p,5)
t=
86
```

مثال : لايجاد قيمة $2X^3+2$ عندما x=4

ملاحظة// نضع اصفار مكان الحدود المفقودة في متعددة الحدود.

```
>> p=[2   0    0    2];
>> polyval(p , 4)
Ans= 130
```

مثال :لأيجاد قيمة متعددة الحدود في اكثر من نقطة

```
>> x=[1    4];
>> polyval( p,x)
ans =

    4    130
```

2- الدالة polyder :

تستخدم هذه الدالة لغرض ايجاد مشتقة مقدار جبري لمتعددة حدود

مثال1 : لحساب مشتقة $2x+x^2+3$

الحل\\ أولا نكتب المعادلة بالترتيب الصحيح x^2+2x+3

```
>> a=[ 1    2    3];
>>b=polyder(a)
b = 2     2
```

مثال2: لايجاد مشتقة متعددة الحدود $3x^3+5x^2+8x+9$ الأولى والثانية

```
>> h =[3     5     8   9];
>> d1=polyder(h)
d1=
9     10     8
```

ولأيجاد المشتقة من الدرجة الثانية d_2=polyder(h,2)

وللدرجة n   //   polyder(h, n)

```
Command Window
>> h =[3     5     8    9];
>> d2=polyder(h,2)

d2 =

    18    20    16
```

ايعاز factor(n) :

تعمل هذه الدالة على تحليل العدد n الى عوامله الاولية

مثال :

```
Command Window
>> factor (126)

ans =

     2     3     3     7

>> factor (12342)

ans =

     2     3    11    11    17
```

syms : تستخدم هذه الدالة لتعريف الماتلاب بان المدخلات مقدار جبري وليس عدد طبيعي

مثال : حلل المقدار الجبري التالي الى عوامله الأولية

```
>> syms x y
>> factor (x^3-y^3)
```

```
Command Window
>> syms x y
>> factor (x^3-y^3)

ans =

[ x - y, x^2 + x*y + y^2]
```

Ans= (x-y)*(x^2-x*y+y^2)

مثال: حلل المقادير الجبرية التالية الى العوامل الأولية

1- $x^2-7x+12$

2- x^2+1

المتسلسلات في ماتلاب: ليكن لدينا المتسلسلة التالية $F=\sum_{x=a}^{b} f(x)$

الصيغة العامة لكتابة المتسلسلات في ماتلاب *symsum(f,x,a,b)*

مثال1: جد قيمة المتسلسلة التالية $F=\sum_{x=1}^{\infty}\frac{1}{x^2}$

```
>> syms x
>> symsum(1/x^2,x,1,inf)
```

ans = pi^2/6

مثال2: جد قيمة المتسلسلة التالية $F=\sum_{x=1}^{10}\frac{1}{x!}$

```
>> clear; clc
>> syms x
>> symsum(1/factorial(x),x,1,10)
```

ans =9864101/3628800

مثال3: جد قيمة المتسلسلة التالية $F=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}$

```
>> clear; clc
>> syms x k
>> symsum(x^k/factorial(k),k,0,inf)

ans =
exp(x)
```

13. تفاضل وتكامل المقادير الجبرية

1.13 مشتقة المقادير الجبرية

تستخدم الدالة diff(x) لايجاد مشتقة المقدار الجبري بين القوسين

مثال1 : اوجد المشتقة الأولى للمقدار الجبري التالي $f(x)=x^2$

>> syms x   او تكتب syms ('x')

```
>> diff(x^2)

Ans=2*x
```

مثال2 : اوجد المشتقة الأولى للمقدار الجبري التالي $f(x)=\sin(x^2)$

```
>> syms x

>> diff(sin( x^2 ))

Ans= 2*x*cos(x^2)
```

مثال3 : اوجد المشتقة الأولى والثانية للمقدار الجبري التالي $x^3(2x - e^x)$

```
clear; clc
syms x
p= x^3*(2*x-exp(x));
p1=diff(p,1)
p2=diff(p,2)
```

```
Ans.

p1 = 3*x^2*(2*x - exp(x)) - x^3*(exp(x) - 2)

p2 =6*x*(2*x - exp(x)) - x^3*exp(x) - 6*x^2*(exp(x) - 2)
```

2.13 تكامل المقادير الجبرية

1- ايعاز int(x)

ويستخدم هذا الأيعاز لغرض ايجاد تكامل المقادير الجبرية سواء كانت متعددات حدود أو دوال اخرى

مثال1 : جد تكامل e^{2x}

```
>> syms x

>> int(exp(2*x))

Ans = 2*exp(2*x)
```

مثال2: جد تكامل sin(y)

```
>> syms y
>> int(sin(y))
Ans=
- cos(y)
```

مثال3: احسب التكامل الآتي $\iint \frac{y}{(x+1)^2}dxdy$

بالنسبة للتكاملات المضاعفة ممكن الحل بأحد الطريقتين:

1. ممكن نفصل الدالة على ضوء المتغيرات ونكامل كل جزء بالنسبة للمتغير التابع له ونضرب الأجزاء:

```
clear; clc
syms x y
I=int(1/(1+x)^2,x)*int(y,y)

Ans.
I = -y^2/(2*(x + 1))
```

2. نعرف الدالة ثم نكامل كالاتي:

```
syms x y
f= y*(1/(1+x)^2)
I=int(int(f,x),y)

Ans.
I = -y^2/(2*(x + 1))
```

2- التكامل المحدد int(f , a , b) :

مثال1 : جد تكامل الدالة cos(x) للفترة [25 , 30]

```
clear; clc
syms x
int(cos(x),25,30)
```

ans= sin(30) - sin(25)

مثال2: احسب التكامل الآتي $\int_1^2\int_1^2 \frac{y}{(x+1)^2}dxdy$

```
syms x y
int(1/(1+x)^2,x,1,2)*int(y,y,1,2)
```

ans = ¼

or

```
f= y*(1/(1+x)^2);
int(int(f,x,1,2),y,1,2)
```

ans= 1/4

3- ايعاز polyint(p): ويستخدم للتعبير عن تكامل متعددات الحدود فبأعطائه قيمة ثابت التكامل يعيد هذا الأيعاز تكامل متعددة الحدود

>> h= [6 30 80 144 138 72] ;

>> g = polyint(h , 50)

g=

1 6 20 48 69 72 50

اذا لم نحدد قيمة الثابت يعتبرها صفر. ممكن كتابة g=polyint(h)

<u>H.W</u>

$1.\dfrac{d^2}{dx^2}(x^3e^x)$ $\quad 2.\int_0^2\int_0^{2\pi} y\,x\cos(x^2)dxdy$ $\quad 3.\iint\dfrac{xy^2}{(x+1)^2}dxdy$