

Ministry of Higher Education
and Scientific Research

Al-Muthanna University

College of Science

Department of Chemistry



وزارة التعليم العالي والبحث
العلمي

جامعة المثنى

كلية العلوم

قسم الكيمياء

Physical Chemistry

المحاضرة 11

المرحلة الثانية

أ.د. حسن صبيح جبر

The relationship between pressure, volume and temperature.

The relationship between V, p and T

A- The relationship between volume and temperature

العلاقة بين الحجم ودرجة الحرارة

$$C_v dT = dw$$

$$W = pdv$$

$$C_v dT = -w$$

$$Pv = RT$$

$$P = \frac{RT}{V}$$

$$c_v dT = -\frac{RT}{V} \cdot dv$$

$$c_v \cdot \frac{dT}{T} = -\frac{R}{V} \cdot dv$$

$$c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{R}{V} \int_{V_1}^{V_2} dv$$

$$C_v \ln T_2 - \ln T_1 = -R(\ln V_2 - \ln V_1)$$

$$C_v \ln \frac{T_2}{T_1} = -R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$C_v \ln \frac{T_2}{T_1} = R \ln \frac{V_1}{V_2}$$

وبقسمة C_v للطرفين و برفع اللوغارتم من الطرفين

$$\text{Lin } \frac{T_2}{T_1} = \frac{R}{C_v} \text{ lin } \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{R}{C_v}}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{C_v} &= \frac{C_p - C_v}{C_v} \\ &= \frac{C_p}{C_v} - \frac{C_v}{C_v} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{R}{C_v} = \gamma - 1$$

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \dots\dots\dots(1)$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

B - The relationship between pressure and volume

العلاقة بين الضغط والحجم

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1}$$

وبتعويض هذه العلاقة بالمعادلة رقم (1) نحصل على

$$\frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

ويضرب الطرفين بـ $\frac{V_1}{V_2}$

$$\frac{V_1}{V_2} * \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} * \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma * \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1} * \frac{V_1}{V_2}$$

∴ العلاقة ستكون

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$PV^\gamma = \text{constant}, PV = \text{constant}$$

ان علاقة الضغط والحجم في العملية الاديباتيكية تخضع للمعادلة R في حين كانت العلاقة بين الضغط والحجم عند ثبوت درجة الحرارة.

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \Delta V = - \int_{T_1}^{T_2} C_v dT$$

$$W = - C_v [T_2 - T_1]$$

$$W = C_v [T_1 - T_2]$$

وبالضرب والقسمة على T_1

$$= C_v T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

وبضرب الطرفين \times الوسطين

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} \text{ وعند التعويض}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

وبالتعويض نحصل على

$$W = C_v T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

خاضعة لقانون بويل والتر صيغ رياضياً على النحو التالي
 $P\gamma = \text{constant}$ ولما كان المقدار (γ) اكبر من الواحد الصحيح
 لان C_p اكبر من C_v دائماً لذا فان الزيادة في الحجم بالنسبة الى
 زيادة معينة من الضغط تكون اقل من العملية الادياباتيكية قياساً
 بالزيادة التي تحصل عند ثبوت درجة الحرارة.

B - The relationship between pressure and temperature

العلاقة بين الضغط ودرجة الحرارة

P & T

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}$$

∴ العلاقة ستكون

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ or}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{V_1}{V_2}$$

وبالتعويض

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(P_2 P_1)^{\frac{1}{\gamma}}}{(P_1 P_2)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

$$1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma} - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(P_2 P_2)^{-\frac{1}{\gamma}}}{(P_1 P_1)^{-\frac{1}{\gamma}}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$